**Ответы и критерии оценивания заданий**

**школьного этапа всероссийской олимпиады школьников**

**по математике 2019-2020 учебного года.**

**5 класс.**

**Максимальное количество баллов- 35.**

**Максимальное количество баллов за задание – 7.**

**1.** (7 баллов). Впишите в квадратики числа от 1 до 5, чтобы получилось верное равенство (каждое число используется ровно один раз): □ + □ = □ · (□ - □ )

Достаточно привести один пример.

**Ответ:**1 + 2 = 3 · (5 − 4).

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Верное решение |
| 0 | Решение отсутствует или выполнено неверно. |

**2.** (7 баллов). Лёша купил плитку шоколада в виде сердца (рисунок справа). Каждый целый маленький квадратик плитки весит 6г. Сколько весит вся плитка? Ответ обоснуйте.

**Ответ**: 240г.

 **Решение.**Плитка состоит из 32 целых квадратиков и 16 треугольников. Каждый из треугольников — половина квадратика, то есть весит 6 : 2 = 3г. Получается, что вес плитки шоколада вычисляется следующим образом:

 32 · 6 + 16 · 3 = 240г*.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное верное решение. |
| 4 | Полное решение, но допущена арифметическая ошибка. |
| 2 | Получено верное решение, но без обоснования.  |
| 0 | Решение отсутствует или выполнено неверно. |

**3.** (7 баллов). Трое друзей Иванов, Петров и Сидоров – учатся в первом, втором и в третьем классах. У самого младшего из них нет братьев и сестёр. Сидоров учится с сестрой Петрова в одном классе, он самый старший из друзей. Назовите фамилии первоклассника, второклассника и третьеклассника. Ответ объясните.

**Решение:**

Поскольку Сидоров самый старший из друзей, то он учится в третьем классе. Поскольку у Петрова есть сестра, то он не самый младший. Значит самый младший – Иванов и он учится в первом классе. Следовательно, Петров – второклассник.

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное верное решение. |
| 2 | Друзья верно распределены по классам, но нет обоснования. |
| 0 | Решение отсутствует или выполнено неверно. |

**4.** (7 баллов) Разрежьте фигуру на три одинаковые (совпадающие при наложении) фигурки:

**Решение:**



|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Верное решение |
| 0 | Решение отсутствует или выполнено неверно. |

**5**. (7 баллов) У Гарри Потера имеются двое песочных часов: на 7 минут и на 11 минут. Волшебное зелье должно варится 15 минут. Как сварить его Гарри Потеру, перевернув часы минимальное количество раз?

**Решение:**

Нужно одновременно перевернуть часы, через 7 минут Гарри должен начать варить зелье. После 4 минут (песок в часах на 11 минут закончится) вновь перевернуть часы на 11 минут. Задача решена.

**Ответ:** 15 = (11-7) + 11.

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное решение, верный ответ. |
| 4 | Решение верное, но условие «минимальное количество раз» не выполнено. |
| 2 | Записано решение без обоснования |
| 0 | Решение отсутствует или дан неверный ответ.  |

**Ответы и критерии оценивания заданий**

**школьного этапа всероссийской олимпиады школьников**

**по математике 2019-2020 учебного года.**

**6 класс.**

**Максимальное количество баллов- 35.**

**Максимальное количество баллов за задание – 7.**

6.1.(**7 баллов**) .Решите ребус:

**СОТ + СТО = ОТС.** (Одинаковым буквам должны соответствовать одинаковые цифры, а разным буквам – разные цифры).

 **Решение:**

Начать с цифр десятков: **О**$ =$ $0$ или **О** $=$ 9. Первый случай не может быть, так как **Т + О = С**. Таким образом, **О** $=$ 9, тогда **С** $=$ 4, соответственно **Т** $=$ 5.

**Ответ.** 495 + 459 = 954.

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное верное решение. |
| 3 | Полное решение, допущена арифметическая ошибка. |
| 1 | Получено верное решение, но без обоснования.  |
| 0 | Решение отсутствует или выполнено неверно. |

6.2.(**7 баллов**) .Разрежьте по линиям сетки прямоугольник, изображённый на рисунке, на пять прямоугольников различной площади.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Примеры верного решения.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Верное решение. |
| 0 | Решение отсутствует или выполнено неверно. |

6.3.(**7 баллов**)

Разлейте поровну 12 л воды, находящиеся в 12-литровом ведре, воспользовавшись для этого двумя другими пустыми вёдрами объёмом 9 л и 5 л.

**Решение:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | 12 л | 9 л | 5 л |
| 1) | 7 | 0 | 5 |
| 2) | 7 | 5 | 0 |
| 3) | 2 | 5 | 5 |
| 4) | 2 | 9 | 1 |
| 5) | 11 | 0 | 1 |
| 6) | 11 | 1 | 0 |
| 7) | 6 | 1 | 5 |
| 8) | 6 | 6 | 0 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное верное решение. |
| 6 | Решение неполное, в ходе переливания получили случай 7) 6, 1 и 5 л. |
| 4 | Решение неполное, в ходе переливания получили случай 5) 11, 0 и 1 л. или случай 6) 11, 1 и 0 л. |
| 2 | Решение неполное, в ходе переливания получили случай 4) 2, 9 и 1 л.  |
| 0 | Решение отсутствует, или продвижений нет. |

* 1. (7 баллов) .Три индейца из племени Майя Вэра (ветер), Иси (олень) и Кичи (храбрый) разного возраста: одному 18, другому 19, третьему 20 лет. На вопрос о своём возрасте они с гордостью отвечают:
1. Вэра: Иси – 18, Кичи – 19;
2. Иси: Вэра - 20, Кичи - 20;
3. Кичи: Вэра – 19, Иси – 20.

В каждом из этих ответов одна часть верна, другая – нет. Сколько лет каждому индейцу? (Обоснуйте ответ).

**Решение:**

Из ответа **Иси** следует, что ему не 20 лет, а 20 лет **Вэра** или **Кичи**. Из ответа **Кичи**: **Иси** – 20 – следует, что эта часть ответа неверна. Поэтому **Вэра** будет 19 лет. Значит, **Кичи** 20 лет, и остаётся **Иси**, ему 18 лет.

**Ответ.** **Вэра** 19 лет, **Иси** 18 лет и **Кичи** 20 лет.

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное решение, верный ответ. |
| 4 | Правильно найден возраст двух индейцев, но нет ответа на главный вопрос задачи. |
| 2 | Правильно найден возраст одного индейца, но нет ответа на главный вопрос задачи. |
| 1 | Записан верный ответ без обоснования. |
| 0 | Решение отсутствует, записан только правильный ответ. |

* 1. (**7 баллов**)

Каждый день после уроков Славика забирает папа на машине. Как-то раз уроки закончились раньше и Славик пошёл домой пешком. Спустя 25 минут его подобрал папа и они приехали домой на 20 минут раньше, чем обычно. На сколько минут раньше закончились уроки в этот день? (Обоснуйте ответ).

**Решение:**

Машина приехала домой раньше, потому что ей не пришлось доезжать с места встречи до школы и обратно, значит, удвоенный путь машина проезжает за 20 минут, а в одну сторону – за 10 минут. Итак, машина встретилась со Славиком за 10 минут до обычного окончания уроков. К этому моменту Славик уже шёл 25минут. Таким образом, уроки закончились на 35 минут раньше.

**Ответ.** На 35 минут.

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное решение, верный ответ. |
| 6 | Верное решение. Имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение. |
| 3 | Полное решение, допущена арифметическая ошибка. |
| 1 | Записан верный ответ без обоснования. |
| 0 | Решение отсутствует, записан только правильный ответ или дан неверный. |

**Ответы и критерии оценивания заданий**

**школьного этапа всероссийской олимпиады школьников**

**по математике 2019-2020 учебного года.**

**7 класс.**

**Максимальное количество баллов- 35.**

**Максимальное количество баллов за задание – 7.**

**7.1.** Найдите решение числового ребуса $a,bb+bb,ab=60, где a и b-$ различные цифры.

**Ответ:** $4,55+55,45=60$.

**Критерии:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Дан верный ответ. |
| 0 | Ответ неверен. |

**7.2.** К новогоднему празднику школа покупает каждому ученику по шоколадке. Известно, что если покупать шоколад в упаковках по 20 шоколадок в каждой, то понадобится на 5 упаковок больше, чем упаковок по 24 шоколадки. Сколько учеников в школе?

**Ответ:** 600 учащихся.

**Решение:**

Пусть нужно $x$ упаковок по 24 шоколадки. Тогда потребуется $(x+5)$ упаковок по 20 шоколадок. Так как в обоих случаях приобретается одинаковое количество плиток шоколада, составим и решим уравнение:

$$24x=20∙(x+5)$$

$$4x=100$$

$$x=25$$

$$24∙25=600$$

**Критерии:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Дан верный ответ. |
| 4 | Верно составлено уравнение, но при решении допущена вычислительная ошибка. |
| 2 | Верно составлено уравнение. |
| 0 | Ответ неверен либо не обоснован. |

**7.3.** Разрежьте приведенную ниже фигуру на три части так, чтобы из этих частей можно было сложить квадрат $6х6$.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

**Ответ:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|   |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

1-ый способ

2-ой способ

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|   |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

3-ий способ

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

**Критерии:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Дан верный ответ. |
| 3 | Исходная фигура верно разделена на части, но из них не составлен квадрат. |
| 0 | Ответ неверен. |

**7.4.** Известно, что среди 80 монет имеется одна фальшивая, более легкая, чем все остальные, имеющие одинаковый вес. При помощи 4 взвешиваний на чашечных весах без гирь найдите фальшивую монету.

**Решение:**

Нужно разделить 80 монет на три группы в 27, 27 и 26 монет. При первом взвешивании на каждую чашу весов положить по 27 монет. Если весы будут в равновесии, то фальшивая монета находится среди оставшихся 26. Если весы не будут в равновесии, то фальшивая монета находится в более легкой кучке монет. При втором взвешивании разделяем на три части: 9, 9 и 8 (или 9, 9 и 9). При третьем – 3, 3 и 2 (или 3, 3 и 3). При четвертом взвешивании останется 2 или 3 монеты, которые взвешиваем аналогично.

**Критерии:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Дано верное решение. |
| 4 | Условие задачи выполнено, но рассмотрены не все случаи. |
| 2 | Ход решения верен, но решение не доведено до конца. |
| 0 | Решение неверно. |

**7.5.** Предприниматель положил в банк $300 000$ р. на два различных вклада, причем по одному вкладу ему насчитывали $7\%$ годовых, а по другому – $8\%$ годовых. Через год он получил $22 200$ р. прибыли. Какая сумма была внесена на каждый из вкладов?

**Ответ:** $180 000$ и $120 000$ рублей.

**Решение:**

Пусть предприниматель положил $x$ рублей на первый вклад, тогда на второй вклад он положил $(300 000-x)$ рублей. С первого вклада он получил прибыль $7\%∙x=0,07x$ рублей. Со второго вклада $- 8\%∙\left(300 000-x\right)=0,08\left(300 000-x\right)=24000-0,08x$ рублей. Тогда:

$$0,07x+\left(24 000-0,08x\right)=22 200$$

$$0,07x-0,08x=22 200-24 000$$

$$-0,01x=-1 800$$

$$x=180 000 $$

$$180 000рублей положил предприниматель на первый вклад$$

$$300 000-180 000=120 000 рублей положил предприниматель на второй вклад$$

**Критерии:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Дан верный ответ. |
| 5 | Верно найдена сумма только одного вклада. |
| 4 | Верно составлено уравнение, но при решении допущена вычислительная ошибка. |
| 2 | Верно составлено уравнение. |
| 0 | Ответ неверен либо не обоснован. |

**Ответы и критерии оценивания заданий**

**школьного этапа всероссийской олимпиады школьников**

**по математике 2019-2020 учебного года.**

**8класс.**

**Максимальное количество баллов- 35.**

**Максимальное количество баллов за задание – 7.**

1. (7 баллов). Что больше:  или ?

 Ответ объясните.

Ответ:  больше.

***Решение.***

1) == 30 = 1;

2) ==2;

3) т.к. 2>1, то второе  больше

**Критерии:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Дан правильный ответ, верный ход рассуждений. |
| 4 | Правильный ход рассуждений, но ответ неверен из-за вычислительной ошибки. |
| 3 | Найдена идея решения, но решение не доведено до конца или выполнена лишь часть задания. |
| 0 | Ответ неверен или не обоснован. |

**8.2**. Найдите все пары натуральных чисел, удов летворяющих уравнению $x^{2}-y^{2}=69$.

**Ответ:** $\left(35,34\right)или (13,10)$

**Решение**. $\left(x-y\right)\left(x+y\right)=69$

$69=1∙69=69∙1=3∙23=23∙3$, учитывая, что $x>y$, имеем:

$\left\{\begin{array}{c}x-y=1\\x+y=69\end{array}\right.$ или $\left\{\begin{array}{c}x-y=3\\x+y=23\end{array}\right.$

Решая данные системы, находим два решения: $\left(35,34\right) или (13,10)$.

**Критерии:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Дан правильный ответ, верный ход рассуждений, рассмотрены оба случая. |
| 4 | Дан правильный ответ, верный ход рассуждений, рассмотрен один случай. |
| 3 | Не учтено условие x > y |
| 1 | Ответ не обоснован. |
| 0 | Ответ неверен.  |

**8.3.** На сторонах $AB, CD и AD$ квадрата $ABCD$ вовне построены равносторонние треугольники $ABM, CLD и ADK$ соответственно. Найдите $∠MKL$.

Ответ: $90°$.

**Решение:**

Каждый угол равностороннего треугольника равен $60°.$ Рассмотрим треугольник $MAK:$ $∠MAK=360°-∠BAD-∠MAB-∠KAD$.$∠MAK=360°-90°-60°-60°=150°$. $MA=AK$ по условию, значит, треугольник $MAK$ равнобедренный, $∠AMK=∠AKM=\left(180°-150°\right):2=15°$.

Аналогично получаем, что $∠DKL=15°$. Тогда искомый угол $MKL$ равен сумме

$∠MKA+∠AKD+∠DKL=15°+60°+15°=90°$.

**Критерии:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Дан правильный ответ, верный ход рассуждений. |
| 6 | Правильный ход рассуждений, но ответ неверен из-за вычислительной ошибки. |
| 3 | Найдена идея решения, но решение не доведено до конца или выполнена лишь часть задания. |
| 1 | Верно выполнен чертеж. Решение отсутствует. |
| 0 | Ответ неверен или не обоснован. |

**8.4.** В школе волшебников 5 классов. В каждом из них учится по 32 человека. Докажите, что найдутся 14 человек, дни рождения которых приходятся на один месяц

**Решение.**

Предположим, что в каждом месяце родилось не более 13 учеников (год рождения не учитывается). Значит, за 12 месяцев родилось не более 12 х 13 = 156 школьников. Но по условию задачи в пяти классах 5 х 32 = 160 человек. Получили противоречие. Значит, найдется месяц, в котором родилось более 13 учеников, то есть хотя бы 14.

**Критерии:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Дан правильный ответ, верный ход рассуждений. |
| 3 | Найдена идея решения, но решение не доведено до конца или выполнена лишь часть задания. |
| 0 | Ответ неверен или не обоснован. |

**Замечание.** Возможен другой ход рассуждений.

**8.5.**  На острове живёт нечётное число людей, причём каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Как-то раз все рыцари заявили: ― «Я дружу только с одним лжецом», а все лжецы: ― «Я не дружу с рыцарями». Кого на острове больше, рыцарей или лжецов?

 **Ответ.** Рыцарей больше.

**Решение.**

Каждый лжец дружит хотя бы с одним рыцарем. Но так как каждый рыцарь дружит ровно с одним лжецом, у двух лжецов не может быть общего друга-рыцаря. Тогда каждому лжецу можно поставить в соответствие его друга рыцаря, откуда получается, что рыцарей, по крайней мере, столько же, сколько и лжецов. Так как всего жителей на острове нечётное число, то равенство невозможно. Значит, рыцарей больше.

**Критерии:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Дан правильный ответ, верный ход рассуждений. |
| 4 | Найдена идея решения, но решение не доведено до конца или выполнена лишь часть задания. |
| 2 | Дан правильный ответ, но в пояснениях нет ссылки на условие нечетности числа жителей. |
| 1 | Дан правильный ответ, но недостаточно обоснован. |
| 0 | Ответ неверен или не обоснован. |

**Ответы и критерии оценивания заданий**

**школьного этапа всероссийской олимпиады школьников**

**по математике 2019-2020 учебного года.**

**9 класс.**

**Максимальное количество баллов- 35.**

**Максимальное количество баллов за задание – 7.**

**9.1.** (7 баллов). На какую цифру оканчивается число, равное сумме чисел 32008+42009?

**Решение**.

Найдем последнюю цифру $3^{n}$ при различных значениях n: $3^{1}=3; 3^{2}=9; 3^{3}=27; 3^{4}=81; 3^{5}=243; 3^{6}=729 и т.д.$ Замечаем зависимость: через четыре числа цифра повторяется (3;9;7;1;3;9;7;1;…). Так как 2008 = 502·4 + 0, то число $3^{2004}$ оканчивается той же цифрой, что и $3^{4}$, то есть 1. Рассматривая различные степени числа 4, получаем зависимость: если показатель n – четный, то $4^{n}$ оканчивается на цифру 6, а если нечетный – оканчивается на цифру 4. Так как 2009 – нечетное число, то $4^{n}$ оканчивается на цифру 4, а значит, число 32008+42009 оканчивается на цифру 5.

**Ответ:** число, равное сумме чисел 32008+42009 оканчивается на цифру 5.

**Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Верное решение |
| 6 | Определена зависимость последней цифры каждой из степеней от показателя, но не найдена последняя цифра суммы степеней |
| 4 | Определена зависимость последней цифры степени с основанием 3 от показателя степени |
| 3 | Определена зависимость последней цифры степени с основанием 4 от показателя степени |
| 0 | Ответ неверен или не обоснован. |

**9.2.** (7 баллов). Построить график функции $\frac{х^{2}-6х+9}{х-3}$.

**Решение.**

$у=\frac{х^{2}-6х+9}{х-3}$=$\frac{(х-3)^{2}}{х-3}$= $х-3$, х$\ne 3$.

О.О.Ф: $х-3\ne 0$, х$\ne 3$.

у(3)=0 $⇒$ (3;0) – «выколотая точка».

у=х-3 линейная функция, график ее прямая с «выколотой точкой» (3;0).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| х | -3 | 6 |
| у | -6 | 3 |



**Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Верное решение. |
| 3 | Дробь сокращена, область определения функции найдена, построена прямая у=х-3, но не «выколота» точка, с координатами (3;0). |
| 1 | Дробь сокращена. |
| 1 | Найдена область определения функции. |
| 0 | Ответ неверен или не обоснован. |

**9.3.** (7 баллов). Равнобедренная трапеция ABCD разбивается диагональю АС на два равнобедренных треугольника. Определите градусные меры углов трапеции.

**Решение:** Так как $∠$В$>$90°, то $∠$1=$∠2$, смотри рисунок. Но ВС$ ∥$ AD, АС – секущая, значит $∠$ СAD =$∠2$. Так как $∠3\ne ∠2$ ( иначе $∠А=∠С$, чего не может быть), то $∠3$= $∠D$. Но $∠D$=$∠А$, поэтому $∠3=∠1+∠2$, тогда $∠3=2 ·∠1=2·∠2$. В результате имеем: $∠2+∠3+∠3=180$°; $∠2+2·∠2+2·∠2=5·∠2= 180$°; откуда: $∠2$ = 36°. Тогда углы трапеции будут 72°, 108°, 108°,72°.

**Ответ:** 72°, 108°.

**Критерии оценивания:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Дан правильный ответ, верный ход рассуждений. |
| 5 | Найден угол 2 |
| 3 | Найдена идея решения, но решение не доведено до конца или выполнена лишь часть задания. |
| 0 | Ответ неверен или не обоснован. |

**9.4.** (7 баллов). Четверо ребят – Алексей, Борис, Владимир и Григорий участвовали в лыжных гонках. На следующий день на вопрос о том, кто какое место занял они ответили так.

Алексей: « Я не был ни первым, ни последним».

Борис: «Я не был последним».

Владимир: «Я был первым».

Григорий: «Я был последним».

Известно, что три этих ответов были правдивыми, а один – ложью. Кто сказал правду? Кто был первым?

 **Решение**:

Предположим, что солгал Алексей. Тогда получается, что он был первым или последним. Значит, солгали еще Владимир или Григорий. А это противоречит тому, что солгал всего один из ребят.

Пусть солгал Борис. Тогда он был последним. Но Григорий также утверждал, что он был последним. Значит, данного случая также не может быть.

Пусть солгал Владимир. Тогда он был не первым. В этом случае все получается, и первым тогда будет Борис.

Последний случай, когда солгал Григорий, быть не может, так как тогда последним никто из ребят не был.

**Ответ:**правду сказали Алексей, Борис, Григорий. Первым был Борис.

 **Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Полное решение, верный ответ. |
| 6 | Верное решение. Имеются небольшие недочёты в обоснованиях. Получен верный ответ. |
| 2-4 | Решение неполное, либо отсутствуют пояснения. |
| 0 | Дан только ответ, объяснения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

**9.** **5.** (7 баллов). Некто купил лошадь и спустя некоторое время продал ее за 24 пистоля. При этой продаже он теряет столько процентов, сколько стоила его лошадь. Спрашивается: за какую сумму он ее купил?

**Решение:**

Пусть х пистолей была стоимость лошади. Т.к.при продаже было потеряно х% от х, т.е.0,01х2, то составим уравнение: х-0,01х2=24. Откуда получаем х=40 или х=60.

Ответ лошадь купили за 40 или 60 пистолей.

 **Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Верное решение |
| 6 |  Верно и с обоснованием составлено уравнение, но допущена ошибка в нахождении значений х. |
| 5 | Верно и с обоснованием составлено уравнение, но один из корней отброшен. |
| 3 | Составлено уравнение, но дальнейших продвижений нет. |
| 0 | Только верный ответ. |

**Ответы и критерии оценивания заданий**

**школьного этапа всероссийской олимпиады школьников**

**по математике 2019-2020 учебного года.**

**10класс.**

**Максимальное количество баллов- 35.**

**Максимальное количество баллов за задание – 7.**

**10.1**.(7 баллов). Винни-Пух, Сова, Кролик и Пятачок съели вместе 100 бананов, причем каждому сколько то досталось, Винни-Пух съел больше каждого из остальных, а Сова и Кролик вместе осилили 65 бананов, Сколько бананов съел Пятачок?

 Решение: Поскольку Сова и Кролик вместе съели 65 бананов, один из них съел не менее 33 (ведь если они оба съели менее чем по 33 – пусть хотя бы по 32 банана то вместе они бы съели не больше 64, что противоречит условию).

 Но тогда Винни-Пух должен съесть не менее 34 бананов (больше каждого из остальных!), и Пятачку остается не больше, чем

 100-(65+34)=1,

А так как каждый что–то съел, Пятачку достался всего лишь 1 банан.

 ответ. 1 банан.

 **Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Верное полное решение. |
| 5 | Обосновано, что Винни- Пух съел 34 банана. |
| 4 | Обосновано, что Винни-Пух съел не менее 34 бананов. |
| 0 | Только верный ответ. Отсутствует решение. Неверное решение. |

**10.2.** (7 баллов). Длина окружности переднего колеса повозки равна а метров, а заднего колеса – b метров. Сколько метров должна проехать повозка, чтобы переднее колесо сделало на один оборот больше заднего?

Решение: Пусть повозка проехала х м, тогда переднее колесо сделало $ ^{х}/\_{а}$ оборотов, а заднее - $^{х}/\_{b}$ оборотов. Чтобы найти х, надо решить уравнение $\frac{х}{а}-\frac{х}{b}=1$, откуда х$\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$=1, то есть х$∙\frac{b-a}{ab}$=1, окончательно х=$\frac{ab}{b-a}$ .

Ответ. $\frac{ab}{b-a}$ метров.

 Замечание. Мы считаем естественно, что числа а и b различны, иначе наш отчет неверен – указанная в нем дробь не имеет смысла, а вопрос задачи нелеп.

 **Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Верное полное решение. |
| 3 | Получено уравнение $\frac{х}{а}-\frac{х}{b}=1$ |
| 0 | Только верный ответ. Отсутствует решение. Неверное решение. |

**10.3.** (7 баллов). На доске написано число 1. Два игрока по очереди прибавляют 1 или 2 к числу на доске и записывают вместо него сумму. Выигрывает игрок, который первый запишет на доске число 2019. Кто может гарантировать себе победу, и как для этого должен играть?

Решение.

2019 делится на 3. Выигрывает первый игрок, он каждым своим ходом делает число кратным 3. Второй игрок не может ему помешать, так как у него нет возможности своим ходом, прибавив 1 или 2, получить число кратное 3.
Первым ходом 1-й игрок прибавляет 2, потом на каждую единицу второго игрока отвечает двойкой или на каждую двойку второго игрока отвечает единицей.

 **Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Верное полное решение. |
| 3 | Отмечена, что число 2019 делится на 3. |
| 0 | Только верный ответ. Отсутствует решение. Неверное решение. |

**10.4.** (7 баллов). Окружность радиуса 3 вписана в прямоугольную трапецию, меньшее основание которой равно 4. Найдите большее основание трапеции.

Решение

Пусть  *O*– центр окружности радиуса 3, вписанной в трапецию  *ABCD*с основаниями  *AD*и  *BC=*4,  *∟C=∟ D=*90*o*, а окружность касается сторон  *CD*,  *BC*,  *AB*и  *AD*в точках  *K*,  *L*,  *M*и  *N*соответственно. Четырёхугольники  *ONDK* и  *OKCL*– квадраты, поэтому

*DN=OK =*3*, CL = OK =*3*, BM=BL = BC-CL =*4*-*3*=*1*.*

Лучи *AO*и *BO*– биссектрисы углов при боковой стороне трапеции. Сумма этих углов равна 180*o*, сумма их половин равна 90*o*. Следовательно, *∟ AOB =*90*o*, значит, *OM=*3– высота прямоугольного треугольника *AOB*, проведённая из вершины прямого угла, поэтому  *OM*2*=BM·AM*, откуда находим, что

*AM=*$\frac{OM^{2}}{BM}=\frac{9}{1}$*=*9*.*

Тогда
*AN=AM =*9*, AD=AN+DN =*9*+*3*=*12*.*

Ответ:12

 **Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Верное полное решение. |
| 4 | Найдена длина отрезка АМ. |
| 3 | Доказано, что *∟ AOB =*90*o .* |
| 3 | Указано, что*, BM=BL, и AN=AM.* |
| 1 | Указано, что *ONDK* и  *OKCL*квадраты. |
| 1 | Указано, что *AO*и *BO*– биссектрисы. |
| 0 | Только верный ответ. Отсутствует решение. Неверное решение. |

**10.5.** ( 7 баллов). Докажите, что среди степеней двойки есть две, разность которых делится на 2019.

Решение

Рассмотрим остатки при делении различных степеней двойки на 2019. Так как степеней двойки бесконечно много, а различных остатков при делении на 2019 конечное число, то найдутся 2n и 2k дающие одинаковые остатки. То есть 2n=2019m+a и 2k=2019p+a, тогда
2n-2k=2019m+a-(2019p+a)=2019(m-p), что и требовалось доказать.

Критерии:

 **Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Верное полное решение. |
| 4 | Указано, что найдутся две степени с одинаковым остатком |
| 0 | Только верный ответ. Отсутствует решение. Неверное решение. |

**Ответы и критерии оценивания заданий**

**школьного этапа всероссийской олимпиады школьников**

**по математике 2019-2020 учебного года.**

**11класс.**

**Максимальное количество баллов- 35.**

**Максимальное количество баллов за задание – 7.**

11.1. ( 7 баллов). Дима утверждает, что заполнил числами 1, 0 и -1 все клетки квадратной таблицы  11×11  так, что во всех строках, во всех столбцах и диагоналях квадратной таблицы   нет одинаковых сумм. Саша считает, что это невозможно. Кто из них прав?

Решение

В условии требуется, чтобы значения  24  сумм (11 строк, 11 столбцов и две диагонали) были различны. Каждая из этих сумм состоит из 11 слагаемых, принимающих одно из значений –1, 0, 1. Поэтому каждая из сумм принимает целочисленное значение в диапазоне от –11 до 11. Всего возможных значений сумм  23 (это: -11; -10; -9;….0;1;….11).  Поскольку  23<24,  то какие-то две из сумм обязательно принимают равные значения.

Ответ: нельзя.

**Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Верное решение |
| 4 | Решение выполнено, но не учтен 0. |
| 0 | Неверное решение. |

11.2. Высота прямоугольного треугольника *ABC*, опущенная на гипотенузу, равна 48. Из вершины *C* прямого угла восставлен к плоскости треугольника *ABC* перпендикуляр *CM*, причем *CM* = 140. Найдите расстояние от точки *M* до гипотенузы *AB*.

Решение:

Пусть  *CK*  - высота данного прямоугольного треугольника. Тогда  *MK*  - наклонная к плоскости треугольника *ABC*, а *CK*  - ортогональная проекция этой наклонной на плоскость треугольника  *ABC*. Так как  *CK*  *AB*, то по теореме о трех перпендикулярах *MK*  *AB*. Значит, длина отрезка *MK* равна расстоянию от точки *M* до прямой *AB*. Из прямоугольного треугольника *MCK* по теореме Пифагора находим, что

*MK* =$\sqrt{CK^{2}+CM^{2}}$  = $\sqrt{48^{2}+140^{2}}=\sqrt{12^{2}∙4^{2}+4^{2}∙35^{2}}$=4$\sqrt{144+1225}$=4∙37=148.

Ответ: 148.

**Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Верное решение |
| 6 | В ходе решения допущена одна арифметическая ошибка. |
| 5 | Вычисления не доведены до конечного результата. |
| 0 | Неверное решение. |

11.3. (7 баллов). Сравните $\sin(4)$ и $\sin(4°)$.

Решение: $\sin(4)$= $\sin((π-4))$= $\sin(( -0,85…))$<0 ; $\sin(4°)$>0. Значит, $\sin(4)$ < $\sin(4°)$.

Возможно другое решение.

Например: Рассмотрим углы на единичной окружности. Угол 4° - угол первой четверти, поэтому $\sin(4°)$>0. Угол 4 радиан – угол третьей четверти, поэтому $\sin(4)$<0. Отрицательное число меньше положительного. Значит, $\sin(4)$ < $\sin(4°)$.

Ответ: $\sin(4)$ < $\sin(4°)$.

**Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Верное решение |
| 4 | Доказано, что $\sin(4)$<0. Но решение не завершено. |
| 0 | Неверное решение. |

11.4. На рисунке изображены графики трех квадратных трехчленов. Можно ли подобрать такие числа *a, b, c*, чтобы это были графики трехчленов *ax2+bx+c, bx2+cx+a и cx2+ax+b ?*



 Решение:

 Пусть это удалось. У двух парабол «ветви» направлены вниз, а у одной - вверх, поэтому у двух квадратных трехчленов старший коэффициент отрицательный, а у одного – положительный. Следовательно, среди чисел *a, b, c* должны быть два отрицательных числа и одно положительное. С другой стороны, две из парабол пересекают ось Оу в точках с положительными ординатами, а третья – в точке с отрицательной ординатой, поэтому у двух трехчленов свободный член положительный, а у одного – отрицательный. Следовательно, среди чисел *a, b, c* должны быть два положительных и одно отрицательное. Противоречие.

 Ответ: нельзя.

**Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Верное решение |
| 3 | Верно определены знаки свободных членов. |
| 0 | Дан верный ответ без обоснований или задача не решена. |

11.5. (7 баллов). Найдите наименьшее натуральное число, которое делится на 482 и содержит только цифры 0 и 1.

Ответ:

11111111100000000 – 9 единиц и 8 нулей.

Решение:

Замечание: чтобы число делилось на 2n нужно, чтобы n последних цифр записи числа составляли число, которое делится на 2n (аналогично признакам делимости на 2, 4 , 8 и.т.д.).

 482=28∙32. Чтобы число делилось на 28, оно должно оканчиваться хотя бы на 8 нулей, т.к. иначе при меньшем количестве нулей среди последних восьми цифр записи числа будут встречаться 1. Такое число не будет делиться 2 8. Чтобы число делилось на 9, в числе должно быть количество 1 кратное 9, т.е. 9, 18, 27….Так как требуется найти наименьшее натуральное число, то оно содержатьнаименьшее количество 0 и 1. С учетом перечисленных условий, таким числом будет 11111111100000000 (из 9 единиц и 8 нулей), которое делится и на 28, и на 32, значит, в силу их взаимной простоты и на их произведение 28∙32=482.

**Критерии оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Содержание критерия |
| 7 | Верное решение. Верный ответ. |
| 5 | Верно указаны 8 последних цифр (восемь 0). |
| 2 | Число разложено на простые множители 482=28∙32 и указано, что оно должно делиться на 9, значит в записи числа 9 единиц. |
| 0 | Дан верный ответ без обоснований или задача не решена. |