Методика оценивания выполнения олимпиадных заданий

7-балльная шкала, действующая на всех математических соревнованиях от начального уровня до Международной математической олимпиады.
Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных Участником.
Основные принципы оценивания приведены в таблице.

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное верное решение.**
6-7	**Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.**
5-6	**Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.**
4	**Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев.**
2-3	**Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.**
1	**Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).**
0	**Решение неверное, продвижения отсутствуют.** **Решение отсутствует.**

а) любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты;
б) олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;
в) баллы не выставляются «за старание Участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи.

Внимание! В материалах, содержащих ответы, решения и критерии оценивания, даны конкретные рекомендации по оценке каждого задания варианта.

Ответы и критерии оценивания заданий
школьного этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике 2018-2019 учебного года.
5класс.

Максимальное количество баллов- 35.
Максимальное количество баллов за задание – 7.

5.1.Вычислите по действиям:

$$999 + 100 \cdot (18054 : 9 - 1789) - 20693$$

Решение: 1) $18054 : 9 = 2006$; 2) $2006 - 1789 = 217$; 3) $217 \cdot 100 = 21700$; 4) $21700 + 999 = 22699$; 5) $22699 - 20693 = 2006$.
Ответ: 2006.
Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ.**
2-4	**Полное решение, допущена арифметическая ошибка.**
0	**Решение отсутствует или дан неверный ответ.**

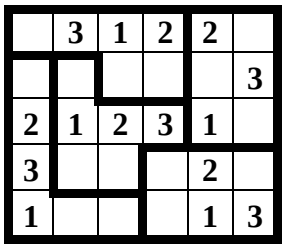
5.2. Петя разбрасывает игрушки со скоростью 36 игрушек в минуту, а убирает со скоростью 3 игрушки в час. Сколько суток Петя будет убирать игрушки, если всего 10 минуток их подбрасывает?
Решение: Петя разбросал ровно 36 · 10 = 360 игрушек. Убирать их он будет 360 : 3 = 120 часов, то есть 120 : 24 = 5 дней.
Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ.**
2-4	**Полное решение, допущена арифметическая ошибка.**
0	**Решение отсутствует или дан неверный ответ.**

5.3. Разрежьте прямоугольник по линиям клеточек на части так, чтобы в каждой части было одинаковое число клеточек и цифры 1, 2 и 3.

	3	**1**	**2**	**2**	
					3
2	**1**	**2**	**3**	**1**	
3				**2**	
1				**1**	**3**

Ответ:



Критерии:

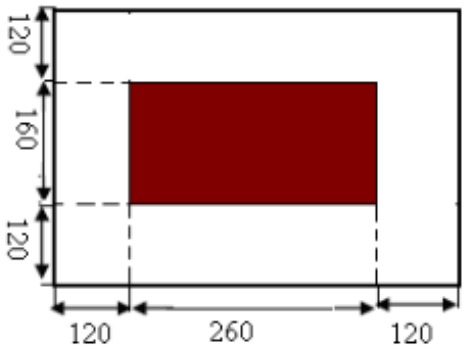
Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	**Ответ верный.**
0	**Ответ неверный.**

5.4. В комнате на полу лежит ковёр длиной 2 м 60 см и шириной 1 м 60 см так, что его края находятся на одинаковом расстоянии от стен, равном 1 м 20 см. Чему равна площадь комнаты?

Решение:

На рисунке изображён план расположения ковра на полу комнаты. Из него следует, что длина комнаты равна 1м20см+ 2м60 см+ 1м20см = 5 м, а ширина комнаты — 1 м 20см + 1м 60 см + 1м 20 см = 4 м.

Следовательно, площадь комнаты равна 5м·4м= 20м2.



Ответ: 20м^2.

Критерии:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	**Полное решение, верный ответ.**
2-4	**Полное решение, допущена арифметическая ошибка.**
0	**Решение отсутствует или дан неверный ответ.**

5.5. Четверо ребят – Алексей, Борис, Владимир и Григорий участвовали в лыжных гонках. На следующий день на вопрос, кто какое место занял, они ответили так:

Алексей: Я не был ни первым и ни последним;

Борис: Я не был последним;

Владимир: Я был первым;

Григорий: Я был последним.

Известно, что три из этих ответов были правдивыми, а один – ложью. Кто сказал правду? Кто был первым?

Решение:

Предположим, что солгал Алексей. Тогда получается, что он был первым или последним. тогда солгали ещё Владимир и или Григорий, что противоречит условию. Пусть солгал Борис. Тогда он был последним. Но Григорий утверждал, что он был последним. Значит, предположение не верно. Пусть солгал Владимир. тогда он не был первым. В этом случае условия задачи выполняются.

Ответ: правду сказали Алексей, Борис, Григорий. Первым был Борис.

Критерии:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное решение, верный ответ.
0	Решение отсутствует или дан неверный ответ.

Ответы и критерии оценивания заданий
школьного этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике 2018-2019 учебного года.
6 класс.

Максимальное количество баллов- 35.
Максимальное количество баллов за задание – 7.

6.1.(7 баллов) Замените знаки ✸ цифрами:

```
  x ✸✸✸
    2✸7
 +✸✸✸✸
✸✸✸
✸✸835
```

Решение:

```
  x 405
    207
 +2835
810
83835
```

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное решение, верный ответ.
2-4	Полное решение, допущена арифметическая ошибка.
0	Решение отсутствует или дан неверный ответ.

6.2.(7 баллов) Мальчик по чётным числам всегда говорит правду, а по нечётным всегда врёт. Как-то его три ноябрьских дня подряд спрашивали: «Как тебя зовут?». На первый день он ответил: «Андрей», на второй: «Борис», на третий: «Виктор». Как зовут мальчика? Объясните, как вы рассуждали.

Решение: Рассмотрим два случая.

1) Если первый день приходится на нечётное число, то второй день будет чётным. Следовательно, мальчика зовут Борис.
2) Если первый день приходится на чётное число, то и третий день тоже чётный и мальчик должен говорить правду о том, как его зовут. По условию задачи в первый и третий день имена разные. Получили противоречие. Следовательно, мальчика зовут Борис.

Другое решение:

Так как мальчик дал три разных ответа, он хотя бы два раза соврал. Поэтому два дня из трёх, когда мальчику задавали вопросы, пришлись на нечётные числа. Поскольку чётные и нечётные числа месяца чередуются, это должны были быть первый и третий дни. Стало быть, второй день пришёлся на чётное число. В этот день мальчик и назвал своё настоящее имя.
Возможна другая формулировка решения приводящая к правильному ответу.

Ответ: Борис

Критерии.

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ.**
6-7	**Верное решение. Имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.**
2-4	**Решение неполное, либо отсутствуют пояснения.**
0	**Дан только ответ, объяснения отсутствуют.**
0	**Решение отсутствует или дан неверный ответ.**

6.3. (7 баллов) Мне сейчас в 6 раз больше лет, чем было моему брату, когда он был моложе меня в 3 раза. Сколько лет сейчас каждому из нас, если через 30 лет нам будет 110 лет?

Решение: Пусть брату было x лет.

	Было	***Есть***	***Будет***
Я	$\mathbf{3x}$	$\mathbf{6x}$	$\mathbf{6x+30}$
Брат	$\boldsymbol{x}$	$\mathbf{4x}$	$\mathbf{4x+30}$
Вместе			$\mathbf{110}$

$10x + 60 = 110$
$10x = 110 - 60$
$10x = 50$
$x = 5$ (лет) было брату

$6x = 30$ (лет) мне сейчас
$4x = 20$ (лет) сейчас моему брату

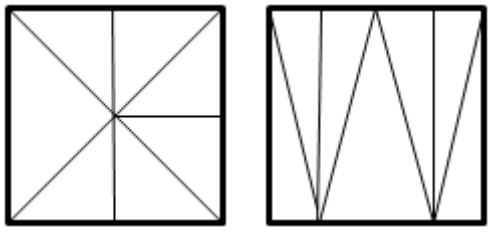
Ответ: 30 и 20 лет

Критерии.

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ.**
6	**Верное решение. Имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.**
5	**Решение полное, отсутствуют пояснения.**
2-4	**Решение неполное, либо отсутствуют пояснения, либо допущена арифметическая ошибка, либо нет условия задачи.**
1	**Уравнение составлено, верно. Продвижения отсутствуют.**
0	**Решение отсутствует или дан неверный ответ.**
0	**Решение отсутствует, записан только правильный ответ.**

6.4.(7 баллов) Как разрезать квадрат на семь треугольников, среди которых есть шесть одинаковых?

Решение:



Возможны и другие варианты решения.

Критерии.

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ.**
2-4	**Полное решение, допущена ошибка при нахождении числа равных треугольников.**
0	**Решение неверное, продвижения отсутствуют.**
0	**Решение отсутствует, записан только правильный ответ.**

6.5. (7 баллов) В январе было 12 безветренных дней без снега, 14 дней был ветер, 11 дней шёл снег. Сколько дней в этом месяце была метель – снег с ветром?

Решение:

Так как в январе 31 день, а 12 дней было безветренно и не шёл снег, то в каждый из оставшихся 19 дней или был ветер, или шёл снег, или была метель, то есть шёл снег и было ветрено. Ветер был 14 дней, снег шёл 11 дней. Если сложить 14 и 11, получим 25. При этом дни, когда была метель, учтены дважды. Следовательно, метель была 14 + 11 – 19 = 6 (дней).

Ответ: 6.

Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ.**
6	**Верное решение. Имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.**
2-4	**Полное решение, допущена арифметическая ошибка.**
0	**Решение отсутствует, записан только правильный ответ.**
0	**Решение отсутствует или дан неверный ответ.**

Ответы и критерии оценивания заданий
школьного этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике 2018-2019 учебного года.
7 класс.

Максимальное количество баллов- 35.
Максимальное количество баллов за задание – 7.

7.1. Сравните значение выражений: $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{4}{5}$ и $\frac{5}{6}-\frac{6}{7}+\frac{7}{8}-\frac{8}{9}$.

Решение:

Одно из решений:

1) $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{4}{5}=-\frac{13}{60}$; 2) $\frac{5}{6}-\frac{6}{7}+\frac{7}{8}-\frac{8}{9}=-\frac{19}{504}$; 3) $-\frac{13}{60}=-\frac{546}{2520}$; 4) $-\frac{19}{504}=-\frac{95}{2520}$.

$-\frac{546}{2520}<-\frac{95}{2520}$

Ответ: $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{4}{5}<\frac{5}{6}-\frac{6}{7}+\frac{7}{8}-\frac{8}{9}$.

Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ.**
4	**Полное решение, допущена одна арифметическая ошибка.**
0	**Решение отсутствует или дан неверный ответ.**

7.2. Ребятам дали задания перевести скорость черепахи из сантиметров в секунду в метры в минуту. Маша получила 25м/мин, но при этом считала, что в метре 60 см, а в минуте 100 секунд. Помогите Маше найти правильный ответ.

Решение:

Черепаха за одну Машину «минуту» преодолевает расстояние в 25 Машиных «метров», то есть за 100 секунд проползает 25·60 сантиметров. Тогда скорость черепахи равна (25·60)/100= 15 см/сек. Значит, за 60 секунд черепаха проползает 15·60 сантиметров, то есть (15·60)/100= 9 метров. Правильный ответ: 9 м/мин.

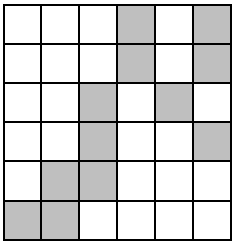
Ответ: 9 м/мин.

Критерии:

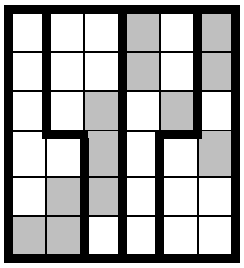
Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ.**
3	**Правильно найдена скорость в сантиметрах в секунду, а последующая**

	часть не сделана или сделана с ошибкой
0	**Решение отсутствует или дан неверный ответ.**

7.3. Разделите фигуру на 4 одинаковые части так, чтобы каждая из них содержала 3 закрашенные клетки.



Ответ:



Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Ответ верный.**
0	**Ответ неверный.**

7.4. У купца была некоторая сумма денег. В первый год он истратил 100 фунтов, а к оставшейся сумме добавил третье ее часть. В следующем году он опять истратил 100 фунтов, а потом вновь добавил к остатку третью его часть. Капитал купца стал на 553 фунта больше первоначального. Определите его начальный капитал.

Решение:

Пусть начальный капитал – x фунтов, тогда через год он стал $x - 100 + \frac{x-100}{3} = \frac{4x-400}{3}$ фунтов, а через год он стал $x - 100 + \frac{x-100}{3} = \frac{4x-400}{3}$ фунтов, а через два $\frac{4x-400}{3} - 100 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4x-400}{3} - 100\right) = \frac{16x-2800}{9}$ фунтов. Составляем уравнение: $\frac{16x-2800}{9} = x + 553$. Откуда $x = 1111$ фунтов.

Ответ: 1111 фунтов

Критерии:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	**Полное решение, верный ответ.**
2	**Решение неполное, либо отсутствуют пояснения.**
5	**Решение полное, но допущена арифметическая ошибка.**
0	**Решение отсутствует или дан неверный ответ.**

7.5. Если делитель умножить на делимое, то получится девять частных. А если частное умножить на делимое получится 4 делителя. Найдите частное.

Решение:

Обозначим делимое, делитель и частное как a, b и c соответственно. Откуда $a = bc$.

Из первого условия следует: $ab = 9c$. Заменив a произведением bc, получим $b^2 \cdot c = 9 \cdot c$, откуда $b^2 = 9$, при условии, что $c \neq 0$, $b = \pm 3$.

Из второго условия аналогичными рассуждениями получаем $\mathrm{c} = \pm 2$.

Ответ: 2 или -2.

Критерии:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	**Полное решение, верный ответ.**
3	**Решение неполное, вместо частного найден делитель или делимое**
0	**Дан верный ответ без обоснований или дан неверный ответ.**

Ответы и критерии оценивания заданий
школьного этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике 2018-2019 учебного года.
8 класс.

Максимальное количество баллов- 35.
Максимальное количество баллов за задание – 7.

8.1. В трех кучках лежат соответственно 12, 24 и 19 спичек. За ход можно переложить из одной кучки в другую только одну спичку. За какое наименьшее число ходов можно получить три кучки с 8, 21 и 26 спичками?

Ответ: 4.

Решение:

Менее чем 4 ходами не обойтись (необходимость): чтобы получить кучку из 8 спичек, придется из любой первоначальной кучки убрать как минимум 4 спички. Четырех ходов достаточно (достаточность): перекладываем из кучки с 12 спичками 2 раза по одной спичке в кучку с 24 спичками, получим кучку с 26 спичками и 2 раза по одной спичке в кучку с 19 спичками, получим кучку с 21 спичкой.

Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Дан верный ответ, доказаны необходимость и достаточность.**
4	**Дан верный ответ, доказана либо необходимость, либо достаточность.**
0	**Ответ неверен либо не обоснован.**

8.2. Известно, что $\frac{x}{y} = 3$. Найдите $\frac{2x^2-4xy}{5y^2-xy}$.

Ответ: 3

Решение:

1-ый способ. После деления числителя и знаменателя на y^2 получаем дробь $\frac{2\cdot 3^2-4\cdot 3}{5-3} = 3$.

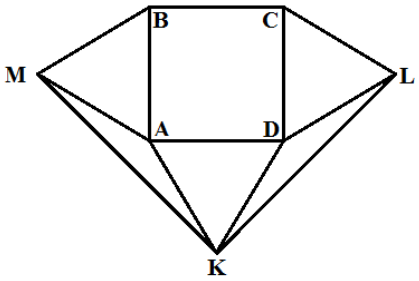
2-ой способ. Если $\frac{x}{y} = 3$, тогда $x = 3y$. Отсюда $\frac{2\cdot(3y)^2-4\cdot 3y\cdot y}{5y^2-3y\cdot y} = \frac{18y^2-12y^2}{5y^2-3y^2} = \frac{6y^2}{2y^2} = 3$.

Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Дан правильный ответ, верный ход рассуждений.**
3	**Верный ход рассуждений, допущена арифметическая ошибка.**
0	**Ответ неверен или не обоснован.**

8.3.На сторонах AB, CD и AD квадрата $ABCD$ вовне построены равносторонние треугольники ABM, CLD и ADK соответственно. Найдите $\angle MKL$.

Ответ: $90°$.



Решение:

Каждый угол равностороннего треугольника равен $60°$. Рассмотрим треугольник MAK: $\angle MAK = 360° - \angle BAD - \angle MAB - \angle KAD. \angle MAK = 360° - 90° - 60° - 60° = 150°$. $MA = AK$ по условию, значит, треугольник MAK равнобедренный, $\angle AMK = \angle AKM = (180° - 150°): 2 = 15°$.

Аналогично получаем, что $\angle DKL = 15°$. Тогда искомый угол MKL равен сумме $\angle MKA + \angle AKD + \angle DKL = 15° + 60° + 15° = 90°$.

Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Дан правильный ответ, верный ход рассуждений.**
3	**Найдена идея решения, но решение не доведено до конца или выполнена лишь часть задания.**
0	**Ответ неверен или не обоснован.**

8.4. Найдите все пары натуральных чисел, удовлетворяющих уравнению $x^2 - y^2 = 69$.

Ответ: $(35,34)$ *или* $(13,10)$

Решение. $(x - y)(x + y) = 69$

$69 = 1 \cdot 69 = 69 \cdot 1 = 3 \cdot 23 = 23 \cdot 3$, учитывая, что $x > y$, имеем:

$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 69 \end{cases}$ или $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 23 \end{cases}$

Решая данные системы, находим два решения: $(35,34)$ или $(13,10)$.

Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Дан правильный ответ, верный ход рассуждений, рассмотрены оба случая.**
3	**Дан правильный ответ, верный ход рассуждений, рассмотрен один случай.**
0	**Ответ неверен или не обоснован.**

8.5. В первенстве округа по футболу участвует 16 команд, причем каждая команда играет со всеми остальными. За победу команде присуждается 3 очка, в случае ничьей каждая команда получает по 1 очку, за поражение – 0 очков. В первом круге все команды набрали вместе 312 очков. Сколько матчей закончилось вничью?

Ответ: 48.

Решение: Если игра завершается победой одной из команд, то играющие команды вместе набирают 3 очка, если ничьей, то – два очка. Каждая из 16 команд проводит 15 матчей, в произведении $16 \cdot 15 = 240$ каждая игра учтена дважды. Поэтому в первом круге было сыграно $240 : 2 = 120$ матчей. Если бы все игры закончились победой одной из команд, то все команды набрали бы вместе $120 \cdot 3 = 360$ очков. Но они фактически набрали на $360 - 312 = 48$ очков меньше. Так как каждый ничейный результат уменьшает количество набранных очков на $3 - 2 = 1$ очко, то 48 матчей закончилось вничью.

Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Дан правильный ответ, верный ход рассуждений.**
3	**Найдена идея решения, но решение не доведено до конца или выполнена лишь часть задания.**
0	**Ответ неверен или не обоснован.**

Ответы и критерии оценивания заданий
школьного этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике 2018-2019 учебного года.
9 класс.

Максимальное количество баллов- 35.
Максимальное количество баллов за задание – 7.

9.1. В равенстве 1 – 2 - 4 – 8 – 16 = 19 поставьте несколько знаков модуля так, чтобы оно стало верным.

Решение.

Ответ. $\left||1-2|-|4-8|-16\right|=19$. Существуют и другие решения.

Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Любое верное решение	**7**

9.2. Найдите значение выражения:

$(1+\sqrt{a})(1+\sqrt[4]{a})(1+\sqrt[8]{a})(1+\sqrt[16]{a})(1+\sqrt[32]{a})(1-\sqrt[32]{a})$ при a = 2019.

Решение.

Ответ. -2018.

Применяя формулу (x + y)(x - y) = $x^2 - y^2$ последовательно для последних двух множителей, в результате получим $(1+\sqrt{a})(1-\sqrt{a})=1-a$. При a = 2019 получим 1 – 2019 = -2018.

Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Верное решение	**7**
Ошибка при подстановке числа	**6**
Найдена формула, но дальнейших продвижений нет	**4**
Только верный ответ	**0**

9.3. Стрелок 10 раз выстрелил по стандартной мишени и выбил 90 очков. Сколько попаданий было в семерку, восьмерку и девятку, если десяток было четыре, а других попаданий и промахов не было?

Ответ: В семерку – 1 попадание, в восьмерку – 2 попадания, в девятку – 3 попадания.

Решение.

Так как стрелок в десятку попал 4 раза, то у него остается 6 выстрелов, при этом он должен набрать 50 очков. Так как он попал в семерку, восьмерку и девятку хотя бы один раз, то он ещё набрал 7 + 8 + 9 =24 очка. Тогда за оставшиеся 3 выстрела он должен набрать 26 очков, что возможно только, если 8 + 9 + 9.

Критерии оценивания

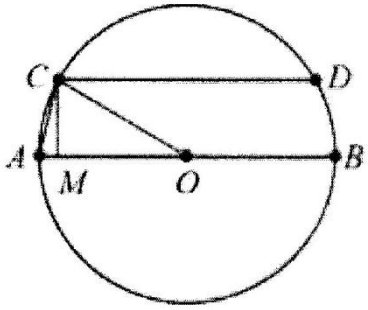
Содержание критерия	Баллы
Верное решение с обоснованием или перебором вариантов	**7**
Допущена ошибка в подсчете очков	**3**
Только верный ответ	**0**

9.4. В окружности провели диаметр AB и параллельную ему хорду CD так, что расстояние между ними равно половине радиуса этой окружности

(см. рисунок). Найдите угол CAB.

Ответ: 75^0.

Решение.



Рассмотрим ΔAOC, где O – центр окружности. Этот треугольник равнобедренный, т.к. OC и OA – радиусы. Тогда углы A и C равны. Проведем перпендикуляр CM к стороне AO и рассмотрим прямоугольный треугольник OMC. По условию задачи катет CM равен половине гипотенузы OC. Значит, $\angle COM = 30^0$, а $\angle CAO = \angle ACO = 75^0$.

Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Верное решение	**7**
Приведены верные рассуждения, но дан неверный ответ	**6**
Приведены неполные рассуждения, но дан верный ответ	**5**
Приведено верное решение без обоснований, но дан верный ответ	**4**
Верно выполнен чертеж	**2**

9. 5. В летний спортивный лагерь отправляли детей. В каждом автобусе планировалось поместить одинаковое количество детей. Однако, один заказанный автобус не прибыл, поэтому в каждом автобусе пришлось разместить дополнительно по 3 ребенка. К моменту возвращения за детьми в лагерь прибыло на 2 автобуса больше, чем планировали, и теперь в каждом автобусе ехало на 5 детей меньше, чем предполагали сначала. Сколько детей было отправлено в спортлагерь?

Ответ: 720.

Решение.

Обозначим через x количество заказанных автобусов, через y – количество детей, которых планировали разместить в каждом автобусе Тогда количество всех детей равно xy, а также (x - 1)(y + 3) или (x + 2)(y – 5). Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} xy = (x-1)(y+3) \\ xy = (x+2)(y-5) \end{cases}; \quad \begin{cases} 3x - y = 3, \\ 5x - 2y = -10 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = 3x - 3, \\ 5x - 2(3x-3) = -10 \end{cases}; \begin{cases} y = 45, \\ x = 16. \end{cases}$$

Значит, было заказано 16 автобусов, в каждом планировалось разместить по 45 детей. Всего в лагерь отправили $45 \bullet 16 = 720$ детей.

Критерии оценивания

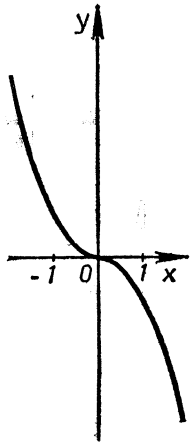
Содержание критерия	Баллы
Верное решение	**7**
Составлена система уравнений, но допущена ошибка в нахождении значений x и y	**6**
Составлена система уравнений, но дальнейших продвижений нет	**4**
Введены переменные, но дальнейших продвижений нет	**1**
Только верный ответ	**0**

Ответы и критерии оценивания заданий
школьного этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике 2018-2019 учебного года.
10 класс.

Максимальное количество баллов- 35.
Максимальное количество баллов за задание – 7.

10.1.Постройте график функции: $y = -x \cdot |x|$

Решение:



Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ.**
3	**Неверная ориентация ветвей параболы**
0	**Решение отсутствует или вместо ветвей параболы другая линия**

10.2. Путешественник приплыл на некоторый остров — Ру или Ус. Ему известно, что все жители острова Ру говорят только правду, а все жители острова Ус — постоянно лгут. Причём все они регулярно плавают к соседям в гости. Сможет ли Путешественник, задав всего один вопрос первому встречному, узнать, на каком острове он находится? В случае утвердительного ответа, приведите пример хотя бы одного такого вопроса.

Решение:

Определим сначала такие вопросы, на которые все, находящиеся в данный момент на острове *Ру*, ответят одинаково, а затем среди этих вопросов выберем такие, на которые на острове *Ус* ответят тоже одинаково, но по другому. Итак, находясь на острове честных людей, Путешественник должен задать такой вопрос, на который и честный местный житель, и приплывший лгун дали бы один и тот же ответ, например "да". Смысл в том, чтобы ответ "да" на этот вопрос был для местного правдой, а для приплывшего лгуна — ложью. Иными словами, этот вопрос должен относиться к таким обстоятельствам вопрошаемого, которые верны лишь для местных жителей. Таких обстоятельств два:

наличие честности и принадлежность к числу местных жителей. Поэтому и вопросов два: либо "Вы честный?", либо "Вы местный?". На любой из этих вопросов на острове *Ру* всегда ответят "да". Но на первый вопрос: "Вы честный?" и на острове *Ус*, как и повсюду в мире, тоже любой ответит "да". Поэтому первый вопрос Путешественнику не подойдёт, а вот второй ("Вы местный?") — годится: на острове *А* на него всегда ответят "да", а на острове *Ус* — "нет".

Ответ**:** Да. "Вы житель этого острова?"

Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Ответ верный. Указан верный вопрос**
0	**Ответ неверный. Указан неверный вопрос.**

10.3.Два туриста хотят добраться до селения, находящегося от них на расстоянии 30 км. Дело осложняется тем, что у них имеется только один (одноместный) велосипед. Как туристам нужно организовать движение, чтобы как можно быстрее им обоим добраться до селения? Скорость пешехода считайте равной 5 км/ч, а скорость велосипедиста 15 км/ч.

Решение:

Если один турист проедет на велосипеде половину пути, т.е. 15 км, за один час, оставит велосипед и дальше пойдет пешком в течение трех часов, то он доберется до селения за четыре часа. В этом случае другой турист, наоборот, первые три часа будет идти пешком и, дойдя до велосипеда, оставшееся расстояние до селения за четыре часа. Итак, оба туриста, отправившись одновременно, доберутся до селения также одновременно.
Возможны различные способы организации движения туристов, но меньше чем за четыре часа туристы никак не смогут оба добраться до селения (один из них, конечно, может добраться и за два часа, но другой при этом потратит все шесть часов). Это можно объяснить тем, что в общей сложности (в сумме) туристы должны пройти расстояние 30+30=60 км. Из этих 60 км на велосипеде можно проехать общей сложности не более 30 км, а остальные 30 км нужно пройти пешком. Таким образом, суммарное время движения туристов не может быть меньше чем 30/15+30/5=8 часов, а, значит, если нужно, чтобы оба туриста добрались до селения одновременно, то это может произойти не ранее чем через 8/2=4 часа.

Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Ответ верный.**
4	**Верный ответ, без доказательства минимальности затраченного времени**
0	**Ответ неверный.**

10.4.Докажите, что многочлен $x^4-4x^3-6x^2-3x+9$ не имеет отрицательных корней.

Решение.

$x^4-4x^3-6x^2-3x+9=(x^4-6x^2+9)-x(4x^2+3)=(x^2-3)^2-x(4x^2+3)$.

Если x_0-корень многочлена, то $(x_0^2-3)^2-x_0(4x_0^2+3)=0$, т.е. справедливо тождество $(x_0^2-3)^2=x_0(4x_0^2+3)$.

При $x_0< 0$ левая часть этого тождества неотрицательна, а правая – отрицательна, чего быть не может. Утверждение доказано.

Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ**
3	**Доведено до $(x^2-3)^2-x(4x^2+3)$**
0	**Ответ неверный.**

10.5.Существует ли выпуклый 2018-угольник, у которого все углы выражаются целыми числами градусов?

Решение:

Если внутренние углы многоугольника выражаются целыми числами, то и его внешние углы – целые числа. Но у любого выпуклого многоугольника сумма внешних углов равна 360°, а сумма 2018 любых натуральных чисел больше чем 360.

Ответ: нет.

Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ**
0	**Решение отсутствует или дан неверный ответ.**

Ответы и критерии оценивания заданий
школьного этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике 2018-2019 учебного года.
11класс.

11.1. Над Степаном кружатся 2018 комаров. Среди них есть хотя бы один сытый, и среди любых двух комаров – хотя бы один голодный. Сколько голодных комаров кружится над Степаном?

Решение.

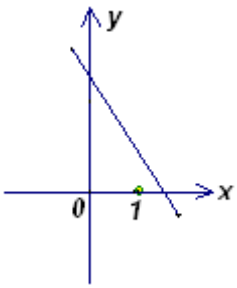
Заметим, что среди комаров ровно один сытый. Действительно, по условию один сытый там есть; но двух сытых там быть не может - тогда из них не было бы ни одного голодного, что противоречит условию. Значит, сытый комар ровно один, следовательно, голодных - 2017.

Ответ: 2017

Критерии:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ.**
1	**Верный ответ, но нет обоснований.**
0	**Дан неверный ответ.**

11.2. На рисунке изображен график функции $y = kx + b$. Сравните $|k|$ и $|b|$.



Решение:

Первый способ. График пересекает ось ординат в точке $(0, b)$. Следовательно, $b > 0$, то есть $|b| = b$.
При $x = 1$ $y = k + b$, и из рисунка видно, что $0 < k + b < b$. Следовательно, $k < 0$. Кроме того, $b > -k = |k|$.

Второй способ. Пусть $(a, 0)$ – точка пересечения графика с осью абсцисс. Из рисунка видно, что $a > 1$. Поэтому $|k| = |b| : |a| < |b|$.

Ответ: $|k| < |b|$.

Критерии.

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	**Полное решение, верный ответ.**
1	**Верное определение знаков k и b.**
0	**Дан неверный ответ.**

11.3. Решите неравенство:

$$\frac{3x^2+4x-4}{x^2+x+1}<1$$

Решение.

$$\frac{3x^2+4x-4}{x^2+x+1}-1<0$$

$$\frac{3x^2+4x-4-x^2-x-1}{x^2+x+1}<0$$

$$\frac{2x^2+3x-5}{x^2+x+1}<0$$

Так как $x^2+x+1>0$ при всех действительных значениях x, то $2x^2+3x-5<0$;

2(x-1)(x+5/2)<0 при -5/2<x<1.

Ответ: -5/2<x<1.

Критерии:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	**Полное решение, верный ответ.**
1	**Переход к** $\frac{2x^2+3x-5}{x^2+x+1}<0$
0	**Нет решения. Дан неверный ответ.**

11.4. Решите систему уравнений: $\begin{cases} xy=6, \\ yz=12, \\ zx=8. \end{cases}$

Решение.

$$\frac{xy\cdot zx}{yz}=\frac{6\cdot 8}{12}, \qquad x^2=4;$$

$$\frac{xy\cdot zy}{xz}=\frac{6\cdot 12}{8}, \qquad y^2=9;$$

$$\frac{yz \cdot zx}{xy} = \frac{12 \cdot 8}{6}, \qquad z^2 = 16;$$

Все переменные должны быть одного знака. Следовательно, система имеет два решения:

x = 2, y = 3, z = 4 или x = - 2, y = - 3, z = - 4.

Ответ. Система имеет два решения:

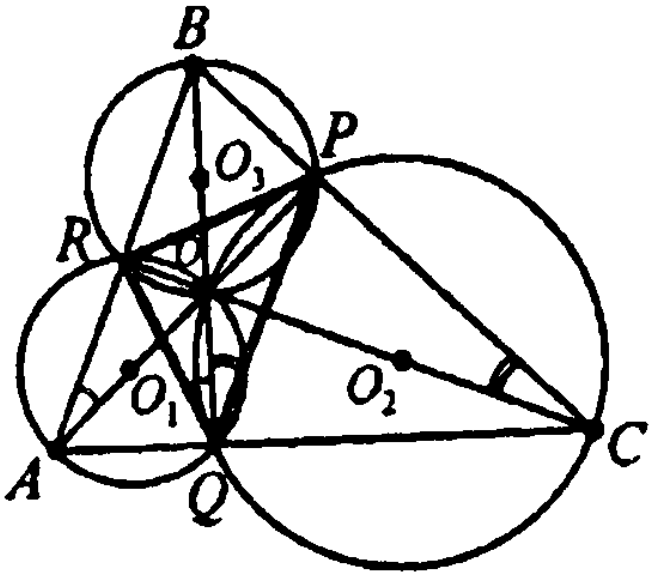
x = 2, y = 3, z = 4 или x = - 2, y = - 3, z = - 4.

Критерии.

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение, верный ответ.**
3	**Нахождение одной серии корней.**
0	**Нет решения. Дан неверный ответ.**

11.5. Доказать, что высоты AP, BQ, CR остроугольного треугольника ABC являются биссектрисами углов треугольника PQR.

Решение.



Пусть точка O - ортоцентр треугольника ABC, т.е. точка пересечения высот. Тогда можно построить три окружности с центрами в точках O_1, O_2, и O_3, являющихся серединами отрезков AO, BO и CO, соответственно, причем точки A, O, R, Q лежат на первой из этих окружностей, точки C, O, P, Q – на второй и точки B, O, P, R – на третьей окружности. Действительно, проведем, например, через точки A, O и R окружность. Понятно, что ее центр O_1 должен совпадать с серединой отрезка AO, поскольку угол ARO – прямой и, следовательно, должен опираться на диаметр. Кроме того, точка Q также должна лежать на этой окружности, поскольку угол AQO – прямой. Если бы точка Q лежала внутри круга, этот угол был бы острый. Аналогично доказываются и утверждения относительно двух других окружностей.

Рассмотрим первую окружность. Углы RAO и RQO являются вписанными и опирающимися на одну и ту же дугу, поэтому их величины равны. Аналогично, равны величины углов PQO и PCO, поскольку эти углы также являются вписанными и опирающимися на одну и ту же дугу в окружности с центром O_2. Кроме того, равны величины углов RAO и PCO, поскольку эти углы входят в прямоугольные треугольники

ABP и BCR с общим углом ABC. Отсюда следует, что RQO=PQO и, следовательно, BQ – биссектриса угла PQR.
Аналогично доказывается, что две остальные высоты являются биссектрисами углов QRP и RPQ треугольника PQR.

Критерии.

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	**Полное решение.**
4	**Нахождение хотя бы одной из окружностей, с указанием 4 точек.**
0	**Нет решения. Дан неверный ответ.**